# **LỜICẢMƠN**

Ngàynay,côngnghệthôngtinngàycàngpháttriểnvàtỏrõtầmquantrọngtrong tấtcả cáclĩnhvực,có thểnóicôngnghệthôngtinđãtrởthànhthướcđođể đánhgiásự pháttriểncủaxãhộihiệnđại- nơi màconngườiđangdầnthoátkhỏicáchlàmviệcthủ công, thô sơvàdầntiếnđếntinhọchóatrong tấtcảcáclĩnhvựcđểcôngviệccóhiệu quảhơn,tiếtkiệmthờigianvànhânlực.

Việcnghiên cứu về trí tuệ nhân tạo,thuật toán tốiưu,làđiềuhướng tớicủacácsinh viêntheohọccôngnghệthôngtin.Trong đềtàinàytrìnhbàykếtquảquátrìnhnghiên cứuvề “Bài toán hôn nhân bền vững vàmột sốứng dụng trong thực tế”.Trongquátrìnhthựchiện emnhậnđượcsự giúpđỡnhiệttìnhtừ cácgiảngviêntrongkhoacôngnghệthôngtin.

Nhândịpnày emxingửilờicảmơnđếnkhoaCôngnghệThôngtinđãtạocơhội giúp emđượcthamgiahọchỏi,rènluyệncác kỹnăngcầnthiếtđểthựchiệnđềtàitốt nghiệp cuốikhóanày.Đặcbiệtchúng emxingửilờicảmơnđếngiảngviên**TS. LêHồng Trang**đãquantâmgópýchođềtàivàsẵnsàngtrảlờitấtcảnhững thắcmắckhi cầnthiết,giúpemhoànthànhtốtbàilàmcủa mình.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng nhưng do kiến thức còn hạn chế cùng với kinh nghiệm chưa có nên không tránh khỏi thiếu sót. Vì vậy em rất mong nhận được những ý kiến đóng góp bổ sung của thầy cô giáo và các bạn để đề tài của em được hoàn thiện hơn.

**Emxinchânthànhcảmơn!**

# 

# **LỜIMỞ ĐẦU**

Nghành Công nghệ Thông tin (CNTT) đang thay đổi từng ngày, từng giờ

trên các lĩnh vực về phần cứng cũng như phần mềm và với sự phát triển của ngành CNTT đã đóng góp rất lớn vào công cuộc phát triển của đất nước. Ngành CNTT có sự tác động đặc biệt quan trọng tới sự phát triển của các ngành nghề khác trong xã hội cũng như trong cuộc sống của con người thời hiện đại.

Chính vì vậy dù đang là Sinh viên của ngành CNTT ngày nay phải không ngừng học hỏi, cập nhật những cái mới và biết ứng dụng những kiến thức đã được học vào thực tiễn của cuộc sống.

Trong đề tài đồ án tốt nghiệp của em lần này,em tìm hiểu và giới thiệu với các thầy cô,và toàn thể các bạn sinh viên về “ **Bài toán hôn nhân bền vững** ” và thuật toán Gale - Shapley cũng như**những ứng dụng mà thuật toán trong bài toán hôn nhân bền vững đem lại.Đồng thời, thấy được tác dụng của thuật toán khi áp dụng trong thực tế cuộc sống.**

Thuật toán về vấn đề hôn nhân bền vững được 2 nhà khoa học D.Gale và L.S.Shapley đưa ra vào năm 1962 và đã được ứng dụng rộng rãi trong đời sống, từ sắp xếp hiến thận đến xếp lớp cho các trường, giúp hai giáo sư kinh tế học người Mỹ đoạt Nobel kinh tế 2012.

Để hoàn thành đề tài thực tập này, ngoài sự cố gắng nỗ lực của bản thân còn là sự tận tình giúp đỡ của thầy giáo **TS Lê Hồng Trang**cũng như các thầy cô giáo trong khoa CNTT Trường Đại Học Vinh.Nhân đây,em xin kính chúc Thầycùng các thầy, cô giáo sức khỏe, thành công và tiếp tục đạt nhiều thành công trong nghiên cứu khoa học và trong sự nghiệp giảng dạy.

**MỤC LỤC**

[**LỜICẢMƠN** 1](#_Toc436122872)

[**LỜIMỞ ĐẦU** 2](#_Toc436122873)

[**Chương I** 5](#_Toc436122874)

[**GIỚI THIỆU VỀ BÀI TOÁN HÔN NHÂN BỀN VỮNG** 5](#_Toc436122875)

[**(The Stable Marriage Problem)** 5](#_Toc436122876)

[**1.1. Tuyển sinh đại học và vấn đề hôn nhân bền vững** 5](#_Toc436122877)

[1.1.1 Giới thiệu vấn đề tuyển sinh đại học. 5](#_Toc436122878)

[1.1.2 Tiêu chuẩn phép gán 6](#_Toc436122879)

[1.1.3 Phép gán ổn định và bài toán hôn nhân bền vững 7](#_Toc436122880)

[**Chương II** 9](#_Toc436122881)

[**MỘT MỞ RỘNG THUẬT TOÁN GALE – SHAPLEY** 10](#_Toc436122882)

[**2.1. Thuật toán Gale – Shapley** 10](#_Toc436122883)

[2.1.1. Phát biểu bài toán: 10](#_Toc436122884)

[2.1.2. Thuật toán 10](#_Toc436122885)

[**2.1.3 Mở rộng thuật toán Gale – Shapley** 14](#_Toc436122886)

[**Chương III:** 21](#_Toc436122887)

[**VÍ DỤ ỨNG DỤNG** 21](#_Toc436122888)

[**BÀI TOÁN PHÂN CÔNG SINH VIÊN SP ĐẠI HỌC VINH KIẾN TẬP TẠI CÁC TRƯỜNG THPT** 21](#_Toc436122889)

[**3.1. Giới thiệu** 21](#_Toc436122890)

[**3.2. Khảo sát và phân tích thiết kế hệ thống** 21](#_Toc436122891)

# **Chương I**

# **GIỚI THIỆU VỀ BÀI TOÁN HÔN NHÂN BỀN VỮNG**

# **(The Stable Marriage Problem)**

**1.1. Tuyển sinh đại học và vấn đề hôn nhân bền vững**

Bài toán hôn nhân bền vững được hai tác giả David Gale và Lloyd Shapley David Gale đưa ra năm 1962. Đến những năm 1980, Alvin Roth đã có những nỗ lực liên tục để sử dụng thuật toán này tìm ra các giải pháp thực tiễn nhằm giải quyết các vấn đề thực trong cuộc sống thường ngày. Và chính thuật toán nàyđã giúp Roth và Shapley đạt giả Nobel kinh tế vào năm 2012.

### 1.1.1. Giới thiệu vấn đề tuyển sinh đại học.

Vấn đề chúng ta quan tâm liên quan đến tình huống tiêu biểu như sau:

Một trường đại học có một hạn ngạch q nhữngứng cử viên có thể nhận,trong số n cácứng cử viên tham gia xét tuyển(mỗiứng cử viên chỉ có thể chấp nhận một đề nghị nhập học).Đánh giá một cách định tính,văn phòng tuyển sinh phải quyết địnhđưa ra nhữngứng cử viên đủ tiêu chuẩn.Việc xác định có bao nhiêu và những người nào có thể chấp nhận yêu cầu theo như sự phỏngđoán.Chúng ta không thể biết được rằng mộtứng cử viên sẽđăng ký những trường nào,và cũng không biết được anh ta đang đứngở vị trí thứ bao nhiêu tại trường mà anh ta đăng ký,thậm chí là không thể biết được những trường khác có chấp nhận anh ta hay không.Kết quả của nhữngđiều không chắc chắn nàylà các trườngđại học có thể mong đợi một kết quả và chất lượng mong muốn như chỉ tiêu đãđưa ra.

Thông thường, thủ tục tuyển sinh đưa ra vấn đề cho cả các ứng cử viên và trườngđại học.Mộtứng cử viên được yêu cầu ghi trong danh sách nộpđơn tất cả các trường tham gia ứng cử theo thứ tựưu tiên có thể giảm.Có lẽ với lý do này,cho một trườngđại họcở sự lựa chọn thứ 3,điều này sẽ khiến anh ta bị tổn thương với cơ hội được chấp nhận vào trường.

Một việc làm tỉ mỉ làđưa ra một “danh sách chờ” để các ứng cử viên có thể được thông báo anh ta không được chấp nhận nhưng vẫn có cơ hội sau đó nếu như còn chỗtrống.Đó là một vấn đề mới. Cho rằng mỗiứng cử viên được chấp nhận bởi một trườngđại học và được đặtở trên danh sách chờ của những trường mà anh ta ưu tiên hơn.

Cho rằng những khó khăn ở đây mô tả có thể được tránh. Chúng ta sẽ mô tả một thủ tục giao nộp đơn vào đại học mà nên được thỏa đáng cho cả hai nhóm, trong đó loại bỏ tất cả những bất ổn và đó giả sử có đủ các ứng cử viê, giao cho mỗi trường đại học chính xác hạn ngạch.

### 1.1.2. Tiêu chuẩn phép gán

Danh sách n ứng cử viên sẽ được gán cho m trườnđại học,trong đó qilà chỉ tiêu của trườngđại học thứ i.Mỗiứng cử viên sẽđưa ra danh sách các trường đại học theo mức độưu tiên giảm dần,bỏ qua những trường mà người này không lựa chọn trong bất kỳ hoàn cảnh nào.Để thuận tiện,chúng ta giả sử rằng không có sự ràng buộc nào,như vậy nếu mộtứng cử viên không quan tâm đến hai hay nhiều trường anh ta vẫn cần phải liệt kê chúng theo một trật tự.Mỗi trườngđại học sắp xếp thứ hạng cácứng cử viên mong muốn vào trường theo một danh sách có thứ tựưu tiên.

Các ý tưởng quan trọng trong những gì nói đến sauđây là sự khẳng định rằng bất cứ phép gán nào được quyết định cuối cùng - đó là mong muốn một cách rõ ràngrằng các tình huống được mô tả trong các định nghĩa sau đây không nên xảy ra.

***Định nghĩa*:** Một phép gán cho cácứng cử viên tới các trườngđại học sẽ được gọi là**không ổn định** nếu như có 2 ứng cử viên α và β được gán cho trườngđại học A và B tương ứng mặc dù β thích A hơn B và A thích β hơn α.

Cho rằng những tình huốngđược miêu tảở trên xảy ra,ứng cử viên β nên chỉ ra trường A là trường mà anh ta thích hơn,và A có thểđápứng bằng việc chấp nhận β,để cho α đi thì trường A vẫn nhậnđủ chỉ tiêu.Cả A và B đều cân nhắc việc thay đổi của mình.Do đó,phép gán ban đầu không ổnđịnh với nghĩa là nó thì không dễ trong việc các trườngđại học và cácứng cử viên hành động với nhau để cả hai cùng có lợi.

Yêu cầu đầu tiên của chúng tôi về việc chuyển nhượng là đó không phải là biểu hiện không ổn định, điều này ngay lập tức đặt ra câu hỏi toán học: Sẽ luôn luôn có thể tìm thấy một phân công như vậy hay không? Một câu trả lời khẳng định cho câu hỏi này sẽ được đưa ra trong phần tiếp theo và trong khi các bằng chứng không phải là khó khăn, kết quả dường như không hoàn toàn rõ ràng như một số ví dụ sẽ chỉ rađiều này.

Giả sử tại thời điểm đó phép gán ổn định tồn tại, chúng ta vẫn phải quyết định là trong sốđó có thể có nhiều giải pháp ổn định là được ưa thích. Bây giờ chúng ta quay trở lại các nguyên lý triết học đề cập trướcđó và cung cấp cho nó một công thức chính xác.

***Định nghĩa*:**Một phép gán được gọi là ***tối ưu*** nếu như mọi ứng cử viên thìít nhất cũng tốt hơnbất kỳ một phép gán ổn định khác.

Thậm chí việc công nhận sự tồn tại củanhữngphép gánổn định thì xa vời so với những phép gán tốiưu.Tuy nhiên,mộtđiều có thể thấy là,một phép gán tốiưu,nếu tồn tại,thì nó là duy nhất.Do đó,nếu có 2 phép gán,trong đó một phép gán tốt hơn cái còn lại,nó là một phép gán tốiưu.

### 1.1.3 Phép gán ổn định và bài toán hôn nhân bền vững

Trong việc cố gắng giải quyết các câu hỏi về việc tồn tại những phép gánổnđịnh dẫn đến việc xem xét một trường hợp đặc biệt đầu tiên.Trong trường hợp này,số lượng các ứng cử viên và các trườngđại học là như nhau và tất cả các chỉ tiêu cũng được thống nhất.Dĩ nhiên tình huống này là không tự nhiên trong bài toán tuyển sinh đại học,nhưng

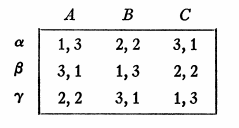
có một câu chuyện khác mà sự khởi đầu của nó khá dễ dàng.

Một cộng đồng nhấtđịnh bao gồm***n***ngườiđànông và***n*** người phụ nữ.Mỗi ngườiđưa ra danh sách xếp hạngvới những người khác giới theo sựưu tiên cho một đối tác hôn nhân.Vấn đề đặt ra ở đây là: Ghép đôi những người này lại với nhau sao cho các cuộc hôn nhân này bền vững, tức là không tồn tại một cặp nào mà người chồng bên cặp này lại thích người vợ bên cặp kia hơn vợ mình, đồng thời người vợ bên cặp kia lại cũng thích người chồng bên cặp này hơn chồng mình.

***Câu hỏi***:Với mọi danh sách thì có thể tìm ra một sựổn định hay không?

Để trả lời câu hỏi này ta xét xem ví dụ dướiđây:

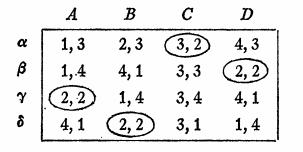
**Ví dụ 1.1**: Cho ma trận sắp xếp thự tựưu tiên của 3 ngườiđànông α, β và γ và 3 người phụ nữa A,B,và C.



Chỉ số đầu tiên của mỗi cặp trong ma trậnđưa ra thứ hạng của người phụ nữ sắp xếp bởi những ngườiđànông,chỉ số thứ 2 là thứ hạng của ngườiđànông sắp xếp bởi những người phụ nữ.Trong đó α chọn A đầu tiên,B thứ 2 và C thứ 3 trong khi A chọn β đầu tiên,γ thứ 2 và thứ 3 là α …vv.

Có 6 trường hợp có thể xáy ra,trong đó có 3 trường hợp ổnđịnh.Một trong sốđó là trường hợp khi ngườiđànông lựa chọn đầu tiên.Lúc này,α kết hôn với A,β kết hôn với B,và γ kết hôn với C.Khi đó cho dù những người phụ nữđưa ra lựa chọn cuối cùng,sự ghép cặp này vẫnổn định.Một trường hợp khác là người phụ nữđưa ra sự lựa chọn đầu tiên,lúc này các cặp được ghépđôi sẽ làα với C, β với A,và γ với B.Trường hợp thứ 3 là sự lựa chọn thứ 2 của cả những ngườiđànông và phụ nữ và ta có α kết hôn với B,β kết hôn với C,và γ kết hôn với A.Ngườiđọc có thể nhận ra rằng những trường hợp còn lại là không ổn định.

**Ví dụ 2.1**: Cho ma trận sắp xếp như sau:



Sẽ chỉ có 1 trường hợp ổn định đượcchỉ ra trên đường tròn trong ma trận.Ta thấy rằng trong tình huống này không có sự lựa chọn của ngườiđànông hay phụ nữđạt được sựổnđịnh.

**Ví dụ 3**: Một vấn đề tương tự vấn đề hôn nhân là “vấn đề tìm bạn cùng phòng”.Một số chàng trai thậm chí còn chia ra thành các cặp bạn cùng phòng.Việc tạo ra các cặp được gọi làổn định nếu không có 2 chàng trai nào không ở cùng phòng mà lại là những ngườithực sự muốnở với nhau.Một ví dụđơn giản cho thấy các trường hợptrong đó tồn tại những trường hợp không ổnđịnh.Cụ thể là,xem xét các chàng trai α, β, γ và δ trong đó α chọn β đầu tiên,β chọn γ đầu tiên,γ chọn α đầu tiên, và α, β, γ tất cả chọn δ cuối cùng.Sau đó bất kể sở thích của δ có thể xảy ra sự ghép cặp không ổn định,cho bất cứ ai phảiở cùng δ sẽ muốn chuyển ra ngoài.

***Định lý 1***: Luôn luôn tồn tại một cuộc hôn nhân ổn định.

Chúng ta sẽ chứng minh sự tồn tại bằng cách cho lặp lại thủ tụcđể thực sự tìm thấy một cuộc hôn nhân ổnđịnh.

Vấn đề này chúng ta sẽ thảo luận kỹ hơn trong chương tiếp theo.

***Định lý 2***: Mọiứng cử viên thìít nhất cũng tốt hơn một phép gánđưa ra bởi các thủ tụchoãn chấp nhận, anh ta sẽ phải chịu bất kỳ một phép gánổn định khác.

Chứng minh :

Chúng ta gọi một trường “ có thể” cho mộtứng cử viên cụ thể nếu có một phép gánổn định được gửi tới anh ta.Việc chứng minh được mở đầu như sau: Giả sửcho

# **Chương II**

# **MỘTMỞ RỘNG THUẬT TOÁN GALE – SHAPLEY**

## **2.1. Thuật toán Gale – Shapley**

### 2.1.1. Phát biểu bài toán:

Cho 2n người bao gồm n ngườiđànông và n người phụ nữ.Mỗi ngườiđànông phát biểu cảm nghĩ về N người phụ nữ kia (rằng là cô này anh ta thích nhất, cô này thích nhì, ba, ... cho đến cô thích thứ n) tương tự những người phụ nữ cũng phát biểu như vậy về những ngườiđànông.

**Vấn đề đặt ra ở đây là**: Ghép đôi những người này lại với nhau sao cho các cuộc hôn nhân này bền vững tức là không tồn tại một cặp nào mà người chồng bên cặp này lại thích người vợ bên cặp kia hơn vợ mình, đồng thời người vợ bên cặp kia lại cũng thích người chồng bên cặp này hơn chồng mình.Trong một số vấn đề của kinh tế, xã hội: Tương tác giữa các cá nhân và tổ chức không đơn giản bằng việc gặp gỡ, thỏa thuận, mua bán, ký hợp đồng trực tiếp giữa hai đối tác.Có những giao dịch liên quan đến một dạng tương tác được gọi là “Ghép đôi có tính toán”.

Vậy ta có yêu cầu bài toán:

**Input**: Danh sách những ngườiđànông,những người phụ nữ,và danh sách yêu thích theo thứ tựưu tiên của họ.

**Output**: Những cặpđôi ổnđịnh.

### 2.1.2. Thuật toán

Để chứng minh các định lý đưa ra ở chương I, Shapley và Gale đưa ra một thuật toán mà sau này trở nên nổi tiếng với tên gọi “**Thuật toán Gale – Shapley”**.

Trước khi thực hiện thuật toán,mỗingườiđànông và mỗi người phụ nữ sẽđưa ra danh sách thứ tựưu tiên 1,2…n.

Sở thích của mỗi người phải được cố định trước khi thực hiện quá trình ghép cặp, không được phát sinh trong khi thực hiện thuật toán. Nếu đây không phải là bắt buộc, sẽ không dẫn đến kết quả ổn định của bài toán.

Thuật toánđược thực hiện như sau:

**Bước 1:**

* Mỗi người đàn ông gửi lời yêu cầu tới người phụ nữ mà anh ta ưu tiên nhất trong danh sách của mình.
* Mỗi người phụ nữ sẽ loại tất cả ngoại trừ người mà cô ấy nói là có thể tạm thời chấp nhậnở thờiđiểm hiện tại.

**Bước 2:**

Những ngườiđàn ông bị loại tiếp tục đưa ra sựlựa chọn với người phụ nữ ưu tiên tiếp theo của mình và chưa loại bỏ anh ta. Người phụ nữ sẽ chấp nhận yêu cầu của ngườiđàn ông nếu:

* Cô ấy chưa được ghép cặp với người nào.
* Cô ấy thích anh này hơn người mà cô ấy được ghép trướcđó.

Ngược lại,cô ấy sẽ loại anh này.

**Bước 3:**

Tiếp tục cho đến khi tất cả những ngườiđàn ông đềuđược ghép.Khi thuật toán kết thúc,ta có được sự ghép đôi ổn định giữa những ngườiđàn ông và những người phụ nữ.

Ta có thể viết lại thuật toán như sau:

1**.function** stableMatching {

2. Khởi tạo *m*∈ M và *w*∈ W bằng *độc thân*

3. **while**∃ người đàn ông *độc thânm* vẫn còn có người phụ nữ *w* để cầu hôn 4.{

5. *w* = người phụ nữ *m* thích nhất mà vẫn chưa cầu hôn

6. **if** w *độc thân*

7. (*m*, *w*) trở thành *đã đính hôn*

8. **else** một cặp (m', *w*) đã đính hôn

9. **if***w* thích *m* to m'

10. (*m*, *w*) trở thành *đã đính hôn*

11. m' trở thành *độc thân*

12. **else**

13. (m', *w*) vẫn *đã đính hôn*

14. }

15.}

Các thuật toán được thực hiện bằng ngôn ngữ C# trong môi trường Visual Studio 2010,chạy trên máy tính laptop ASUS.

Trong đó, để(m,w) là một đôi,ta thực hiện hàm hứa hôn như sau:

publicvoid EngageTo(Person p) {

if (p.Fiance != null)

{

p.Fiance.Fiance = null;

p.Fiance.\_rejectedNum ++;

}

p.Fiance = this;

if (Fiance != null) Fiance.Fiance = null;

Fiance = p;

}

}

Hàm kiểm tra tính ổn định của bài toán:

staticpublicbool IsStable(List<Person> men)

{

List<Person> women = men[0].Prefs;

foreach (Person guy in men)

{

foreach (Person gal in women)

{

if (guy.Prefers(gal) && gal.Prefers(guy))

returnfalse;

}

}

returntrue;

Việc đọc dữ liệu từ tệp được thực thi như sau:

String file = "input53.txt";

int mCount = 0, wCount = 0;

String[] filecontent = File.ReadAllLines(file);

// Đọc dòng đầu tiên: "số người đàn ông" "số người phụ nữ"

mCount = int.Parse(filecontent[0].Split(' ')[0]);

wCount = int.Parse(filecontent[0].Split(' ')[1]);

// Tạo danh sách men

List<Person> mList = newList<Person>();

// Thêm mCount item vào danh sách

for (int i = 0; i < mCount; i++) mList.Add(newPerson("m" + (i + 1)));

// Tạo danh sách women

List<Person> wList = newList<Person>();

for (int i = 0; i < wCount; i++) wList.Add(newPerson("w" + (i + 1)));

for (int i = 0; i < mCount; i++)

{

var tempList = newList<Person>();

foreach (String t in filecontent[i + 1].Replace("w", "").Trim().Split(' ')) tempList.Add(wList[int.Parse(t) - 1]);

mList[i].Prefs = tempList;

}

for (int i = 0; i < wCount; i++)

{

var tempList = newList<Person>();

foreach (String t in filecontent[i + mCount + 1].Replace("m", "").Trim().Split(' ')) tempList.Add(mList[int.Parse(t) - 1]);

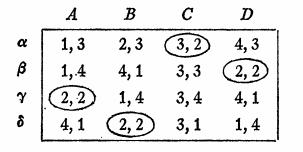
wList[i].Prefs = tempList;

}

Chúng ta có thể nhận ra rằng,thuật toán kết thúc sau hữu hạn bước, và cho một lời giải ổn định, khi ngườiđànông yêu cầu,kết quả tốiưu cho phía người đànông,và khi người phụ nữđưa ra yêu cầu, kết quả tốiưu cho người phụ nữ.Kết quả của 2 thủ tục sẽ tương tự nhau chỉ khi nó là sự ghépđôi ổn định duy nhất.

Để hiểu rõ hơn về thuật toán Gale - Shapley, chúng ta sẽ xem xét một ví dụ sau:

**Ví dụ 2.1**: Cho 4 ngườiđànông (α, β, γ, δ)và 4 người phụ nữ (A, B, C, D)và danh sách yêu thích của họ được cho bởi 1 ma trận như ví dụ 2:



Ta viết lại danh sáchưu tiên của mỗi bên theo dạng bảng như sau theo thứ tự mức độưu tiên giảm dần:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| α | A | B | C | D |
| β | A | D | C | B |
| γ | B | A | C | D |
| δ | D | B | C | A |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | δ | γ | α | β |
| B | β | δ | α | γ |
| C | δ | α | β | γ |
| D | γ | β | α | δ |

- Đầu tiên: α gửi lời đề nghị đến A=>Ta có cặp (α,A).

β gửi lời đề nghị đến A.Lúc này,A ưu tiên α hơn β=>β bị từ chối.

γ gửi lời đề nghị đến B =>Ta có cặp (γ,B).

δ gửi lời đề nghị đến D =>Ta có cặp (δ,D).

-β bị từ chối, sẽ tiếp tục gửi lời đề nghị tới người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình là D.Lúc này D đang hứa hôn với δ.Nhưng do D thích β hơn nên côấy sẽ từ chối δ để nhận lời đề nghị từ β =>Ta có cặp (β, D).

-δ bị từ chối, sẽ tiếptục gửi lời đề nghị tới người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình là B. Lúc này B đang hứa hôn với γ. Nhưng do B thích δ hơn nên côấy sẽ từ chốiγ để nhận lời đề nghị từ δ =>Ta có cặp (δ, B).

-γ bị từ chối,sẽ tiếp tục gửi lời đề nghị tớingười phụ nữưu tiên tiếp theo của mình là A. Lúc này A đang hứa hôn với α. Nhưng do A thích γ hơn nên côấy sẽ từ chối α để nhận lời đề nghị từ γ =>Ta có cặp (γ, A).

-α bị từ chối,sẽ tiếp tục gửi lời đề nghị tớingười phụ nữưu tiên tiếp theo của mình là B. Lúc này B đang hứa hôn với δ. Do A thích δ hơn α nên côấy vẫn sẽ giữ nguyên mối quan hệ với δ và từ chối α.

-α bị loại nên sẽ tiếpgửi lời đề nghị tới người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình là C. Lúc nà, C chưa nhận được lời đề nghị của người nào nên côấy chấp nhận hứa hôn với α

=>Ta có cặp (α, C).

Như vậy sau khi thuật toán kết thúc,ta đã có các cặp(α, C); (β, D); (γ, A); (δ, B) được ghépđôi ổnđịnhgiống như kết quả được vòng trònở ma trận.

Giả sử mộtđiều rằng: Có trường hợp một người đàn ông và một người phụ nữ thích nhau nhưng không lấy được nhau. Theo thủ tục trên, tại một bước nào đó anh ta sẽ đề nghị tới người phụ nữ này, vì cô ấy cũng thích anh ta nên cô ấy sẽ giữ lại anh ta trên danh sách cuối cùng, và họ sẽ là một đôi. Nhưng anh ta lại lấy người vợ hiện tại của mình, điều này chỉ có thể xảy ra khi người phụ nữ anh ta thích trước đó đã từ chối anh ta.   
=> Kết quả ổn định.

## **2.1.3. Mở rộng thuật toán Gale - Shapley**

Trong bài toán hôn nhân bền vững,chúng ta chỉ xét cho trường hợpđơn giản là số lượng những ngườiđànông và những người phụ nữ bằng nhau.Nhưng trong thực tế,vídụ như trong bài toán tuyển sinh,số lượng sinh viên và các trường là khác nhau,và chỉ tiêu của mỗi trường nhận sinh viên cũng là khác nhau.Vì vậy,việc mở rộng thuật toán này là rất cần thiết.

Lúc này bài toánđã trở nên phức tạp hơn,chứ không đơn thuần là bài toán hôn nhân một vợ một chồng nữa,và nếu số lượng ngườiđànông và phụ nữ là khác nhau.Chúng ta sẽ giải quyết bài toán như thế nào.

Đầu tiên,chúng ta sẽ đưa ra một ví dụđơn giản,điển hình cho thuật toán mở rộng này,là số lượng ngườiđànông nhiều hơn người phụ nữ.

**Ví dụ2.2**: Cho 4 ngườiđànông (m1, m2, m3, m4) và 3 người phụ nữ (w1,w2,w3) với danh sách sựưu tiên của mỗi người được cho như sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| w1 | m1 | m3 | m4 | m2 |
| w2 | m3 | m4 | m1 | m2 |
| w3 | m4 | m1 | m3 | m2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m1 | w2 | w1 | w3 |
| m2 | w3 | w2 | w1 |
| m3 | w3 | w1 | w2 |
| m4 | w1 | w3 | w2 |

- Đầu tiên: m1 gửi lời đề nghị đến w2 => Ta có cặp (m1,w2).

m2gửi lời đề nghị đến w3 => Ta có cặp (m2,w3).

m3 gửi lời đề nghị đếnw3. Lúc này,w3 ưu tiên m3 hơn m2 =>m2 bị từ chối.

=>Ta có cặp ghép mới (m3, w3).

m4 gửi lời đề nghị đếnw1=>Ta có cặp (m4, w1).

-Tiếp theo, m2 bị từ chối,sẽ tìm đến người phụ nữ tiếp theo của mình,m2 gửi lời đề nghị đếnw2.Lúc này,w2đang hứa hôn với m1và cô ta ưu tiên m1 hơn m2 =>m2 lại bị từ chối.

Sau khi thuật toán kết thúc.Ta có 3 cặp được ghépđôi ổnđịnh như sau: (m1,w2); (m3, w3); (m4, w1).Và một ngườiđànông m2 là người không được kết hôn.

**Ví dụ 2.3:** Cho 5 ngườiđànông (m1, m2, m3, m4) và 3 người phụ nữ (w1,w2,w3) với danh sách thứ tựưu tiên được cho như 2bảng dướiđây:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| m1 | w2 | w1 | w3 |
| m2 | w3 | w2 | w1 |
| m3 | w3 | w1 | w2 |
| m4 | w1 | w3 | w2 |
| m5 | w2 | w3 | w1 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| w1 | m1 | m3 | m4 | m2 | m5 |
| w2 | m5 | m4 | m3 | m1 | m2 |
| w3 | m4 | m1 | m3 | m5 | m2 |

Ta có thể dựđoán rằng sẽ có 2 ngườiđànông bị loại, vì chỉ có 3 người phụ nữ,mà mỗi người thì chị được ghép cặp với 1 người.Bây giờ ta sẽđi xét xem,những người nào được ghép cặp và những người nào sẽ bị loại.

Đầu tiên:

m1 gửi lời đề nghị đến w2 => Ta có cặp (m1, w2).

m2gửi lời đề nghị đến w3 => Ta có cặp (m2,w3).

m3 gửi lời đề nghị đếnw3. Lúc này, w3 ưu tiên m3 hơn m2 => m2 bị từ chối.

=>Ta có cặp ghép mới (m3, w3).

m4 gửi lời đề nghị đếnw1 =>Ta có cặp (m4, w1).

m5 gửi lời đề nghị đếnw2. Lúc này, w2ưu tiên m5 hơn m1=> m1 bị từ chối.

=>Ta có cặp ghép mới (m5, w2).

Tiếp theo, hai ngườiđànông bị loại là m1 và m2 sẽ tiếp tục gửi lời đề nghị đến những người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình.

m1 sẽ gửi lời đề nghị đếnw1.Lúc này, w1 ưu tiên m1 hơn m4 => m4 bị từ chối.

=>Ta có cặp ghép mới (m1, w1).

m2 sẽ gửi lời đề nghị đếnw1. Lúc này, w2 vẫnưu tiên m5 hơn m2=> m2 vẫn là người bị từ chối.

Sau vòng lặp vừa rồi,m2 và m4 là người bị loại. Vì vậy 2 người này lại phải gửi lời đề nghị đến những người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình.

m2 sẽ gửi lời đề nghị đếnw1. Lúc này, w1vẫnưu tiên m1 hơn m2=> m2 tiếp tục bị từ chối.Từđây ta thấy rằng m2 là người không được ghép cặp sau thuật toán này,bởi vì những người mà anh ta gửi lời đề nghị kết hôn đều từ chối,không chấp nhận a này.

m4 sẽ gửi lời đề nghị đếnw3. Lúc này, w3ưu tiên m4 hơn m3=> m3 bị từ chối.

Tiếp theo, m3 là người bị loại nên anh ta sẽ gửi lời đề nghị đến người phụ nữ tiếp theo của mình làw1.Màw1 thìưu tiên m1 nhất,nên m3 lại một lần nữa là người bị từ chối.Anh ta tìm đến người phụ nữ cuối cùng trên danh sách của mình làw2.Lúc nàyw2 đang hứa hôn vớim5 và cô nàyưu tiên m5 nhất. Do vậy, m3 chấp nhận bị từ chối.

Vậy sau khi thuật toán kết thúc, ta tìm được các cặp như sau:

(m1, w1); (m4, w3); (m5,w2). Còn m2 và m3 là những người bị loại.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| m1 | w2 | w1 | w3 | w4 |
| m2 | w3 | w2 | w4 | w1 |
| m3 | w3 | w4 | w1 | w2 |

**Ví dụ 2.4**: Cho 3 ngườiđànông (m1, m2, m3) và 4 người phụ nữ (w1,w2,w3,w4) với danh sách sựưu tiên của mỗi người được cho như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| w1 | m1 | m3 | m2 |
| w2 | m3 | m1 | m2 |
| w3 | m1 | m3 | m2 |
| w4 | m1 | m3 | m2 |

Đầu tiên:

m1 gửi lời đề nghị đến w2 => Ta có cặp (m1,w2).

m2gửi lời đề nghị đến w3 => Ta có cặp (m2,w3).

m3 gửi lời đề nghị đếnw3. Lúc này, w3 ưu tiên m3 hơn m2 => m2 bị từ chối.

=>Ta có cặp ghép mới (m3, w3).

m2 bị từ chối nên sẽ tìm đến người ưu tiên tiếp theo của mình là w2.Lúc này, w2 đang hứa hôn với m1,mà m2 lại ưu tiên m1 hơn m2,nên m2 lại tiếp tục bị từ chối.

m2 sẽ gửi lời đề nghị tiếp theo cho w4 theo danh sáchưu tiên => Ta có cặp (m2,w4).

Như vậy,lúc này ta có các cặp (m1,w2); (m3, w3); (m2, w4) vàw1 là người phụ nữ chưa được kết hôn.

Trong các ví dụ trên, ta xét cho các trường hợp mỗi ngườiđànông và phụ nữ đều chỉ được kết hôn với 1 người.Giả sử mỗi người phụ nữ có thể chấp nhận nhiều hơn 1 ngườiđànông làm chồng thì bài toán lúc nàyđã được mở rộng thêm.

Khi đó,chỉ tiêu của mỗi người phụ nữ sẽ được tăng lên.Ta hãy xét 1 ví dụ như sau:

**Ví dụ 2.5:** Có 4 ngườiđànông, 2 người phụ nữ vàchỉ tiêu của mỗi người phụ nữ là bằng nhau q =2 (q là chỉ tiêu số chồng được kết hôn của mỗi người phụ nữ).

Danh sáchưu tiên được cho trong bảng dướiđây:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| m1 | w2 | w1 |
| m2 | w1 | w2 |
| m3 | w1 | w2 |
| m4 | w1 | w2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| w1 | m1 | m3 | m4 | m2 |
| w2 | m3 | m4 | m1 | m2 |

Theo như thuật toán,ta cũng cho 4 ngườiđànông gửi lời đề nghị đến 2 người phụ nữ.Đầu tiên:

m1 gửi lời đề nghị đếnw2 =>Ta có cặp (m1, w2).

m2 gửi lời đề nghị đếnw2 =>Ta có cặp (m2, w1).

Tiếpđó,m3 gửi lời đề nghị đếnw1 và vẫn được chấp nhận vì mỗi người phụ nữ có thể chấp nhận 2 ngườiđànông =>Ta có cặp (m3, w1).

Tương tự, m4 gửi lời đề nghị đến người phụ nữ anh ta ưu tiên nhất trong danh sách làw1.Lúc này, ta sẽ so sánh mức độưu tiên của m4, m3 và m2 để loại m2 vì m2 không đượcưu tiên nhất trong số 3 người này.

Bước tiếp theo,m2 bị loại nên sẽ gửi lời đề nghị đến người phụ nữ tiếp theo trong danh sách của anh ta làw2,và được chấp nhận vì m2 còn thiếu 1 chỉ tiêu.

=> Ta có cặp (m2, w2).

Như vậy,sau khi kết thúc ta thu được các cặp:(m1,w2); (m2,w2); (m3,w1);(m4,w1).

**Ví dụ 2.6:** Có 5 ngườiđànông, 2 người phụ nữ và chỉ tiêu của mỗi người phụ nữ là bằng nhau và q=2 với danh sáchưu tiên được cho như sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| m1 | w2 | w1 |
| m2 | w1 | w2 |
| m3 | w1 | w2 |
| m4 | w1 | w2 |
| m5 | w2 | w1 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| w1 | m1 | m5 | m4 | m2 | m3 |
| w2 | m3 | m4 | m5 | m2 | m1 |

Đầu tiên, ta cũng để mỗi ngườiđànông gửi lời đề nghị đến cô gái mà anh ta yêu thích nhất trong danh sách.

m1 gửi lời đề nghị đếnw2 => Ta có cặp (m1, w2).

m2 gửi lời đề nghị đếnw1 => Ta có cặp (m2, w1).

m3 gửi lời đề nghị đếnw1.Do w1 có chỉ tiêu là 2, nghĩa là mỗi người phụ nữ có thể chấp nhận 2 ngườiđànông, màw1 mới chỉ hứa hôn với m2 nên vẫn có thể chấp nhận hứa hôn với 1 người nữa=> Ta có cặp (m3, w1).

m4 gửi lời đề nghị đếnw1. Ta so sánh mức độưu tiên của m2, m3 và m4 thì m2 là người không đượcưu tiên nhất. Vì vậy,w2 sẽ loại m2 để nhận lời đề nghị từ m4 =>Ta có cặp (m4, w1).

m5 gửi lời đề nghị đếnw2. Do w2 có chỉ tiêu là 2, màw2 mới chỉ hứa hôn với m1 nên vẫn có thể chấp nhận hứa hôn với 1 người nữa => Ta có cặp (m5, w2).

Vậy sau vòng thứ nhấtta có các cặp sau: (m1, w2); (m3, w1);(m4,w1);(m5, w2) và m2 là người bị loại.

Tiếpđó, m2 sẽ gửi lời đề nghị đến người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình làw2.Lúc nàyw2 đang hứa hôn với m1 và m5. Ta so sánh mức độưu tiên củaw2 đối với m1, m2 và m5, m1 là người không đượcưu tiên nhất.Vì vậy, w2 sẽ từ chối m1 để nhận lời đề nghị từ m2 => Ta có cặp (m2, w2).

Vậy sau vòng thứ 2 ta có các cặp sau: (m2, w2); (m3, w1); (m4, w1); (m5, w2) và m1 là người bị loại.

Tiếp theo, m1 là người bị loại nên anh ta lại gửi tới người phụ nữưu tiên tiếp theo của mình làw1.Lúc này,w1 đang hứa hôn với m3 và m4, so sánh mức độưu tiên của m1, m3 và m4 ta thấy m3 là người không đượcưu tiên nhất.Vì thế, w1 từ chối m3 và nhận lời đề nghị của m1.

Sau vòng thứ 3, ta có các cặp sau: (m2, w2); (m1, w1); (m4, w1); (m5, w2) và m3 là người bị loại.Khi đó, m3 gửi lời đề nghị đếnw2, là người phụ nữưu tiên tiếp theo sau w1, màw1 lạiđang hứa hôn với m1 và m4.Ta so sánh mức độưu tiên củaw1 đối với m1, m3, m4 thì m3 vẫn là người không đượcưu tiên nhất nên w1 vẫn sẽ giữ m1, m4 và từ chối m3. Sau lần từ chối này,m3 chấp nhận là người không được kết hôn vì anh ta đãđưa ra lời đề nghị với tất cả những cô gái và đều bị từ chối.

Vậy kết quả cuối cùng, ta tìm được các cặp ghép với nhau là: (m2, w2); (m1, w1); (m4, w1); (m5, w2) và m3là người không được kết hôn.

**Ví dụ 2.7:**Ta xét ví dụtương tựnhư ví dụ 2.5 nhưng chỉ tiêu của mỗi người phụ nữ tăng lên 1 đơn vị, nghĩa là chỉ tiêu q=3.

Ban đầu, m1 gửi lời đề nghị đếnw2 => Ta có cặp (m1, w2).

m2 gửi lời đề nghị đếnw1 => Ta có cặp (m2, w1).

m3 gửi lời đề nghị đếnw1 => Ta có cặp (m3, w1) vìw1 vẫnđang còn chỉ tiêu.

m4 gửi lời đề nghị đếnw1 => Ta có cặp (m4, w1) vìw1 vẫnđang còn chỉ tiêu.

m5 gửi lời đề nghị đếnw2 => Ta có cặp (m5, w2) vìw2 vẫnđang còn chỉ tiêu.

Vậy sau vòng đầu tiên tất cả những ngườiđànông đều được kết hôn với những người phụ nữ.Ta có thể nhận ra rằng, có 2 người phụ nữ mà chỉ tiêu của mỗi người là q=3 nên nếu chỉ có 5 ngườiđànông thì sẽ có 1 người phụ nữ không lấyđủ số chồng như chỉ tiêu đã đặt ra. Và trong trường hợp ví dụ này, w2 là người không lấyđủ chỉ tiêu.

# **Chương III:**

# **VÍ DỤ ỨNG DỤNG**

# **BÀI TOÁN PHÂN CÔNG SINH VIÊN SP ĐẠI HỌC VINH KIẾN TẬP TẠI CÁC TRƯỜNG THPT**

## **3.1. Giới thiệu**

Bài toán phân công sinh viên sư phạm kiến tập tại các trường THPT là bài toán thường gặp trong các trườngđại học.Bài toán này thường được thực hiên bằng cách các khoa đào tạo phân công trực tiếp số lượng sinh viên về mỗii trườngtheo một chỉ tiêu nhấtđịnh.Vì vậy,khóđápứng cho yêu cầu của sinh viên khi muốn chọn trường thực tập cũng nhưyêu cầu chọ sinh viên của các trường THPT. Vì vậy, chúng ta sẽ dựa vào thuật toán Gale –Shapley và mở rộng nó để tìm một lời giải tốt hơn cho bài toán đặt ra.

Như vậy,bài toánđã cho trở thành bài toán ghép cặp giữa các sinh viên và các trường THPT sao cho sự ghépđôi này làổnđịnh, thoả mãn yêu cầu bài toán hôn nhân bền vững.Tuy nhiên,một thự tế là số lượng sinh viên thực tập về một trường không phải đến từ một khoa mà từ nhiều khoa khác nhau.Vì vậy, chúng ta sẽ tiến hành ghép cặp sinh viên từng khoa với các trường.

## **3.2.Khảo sát và phân tích thiết kế hệ thống**

**3.2.1. Thực trạng việc phân chia sinh viên kiến tập của trường Đại học Vinh**

Hiện nay,trườngĐại học Vinh có tất cả14 khoa đào tạo hệ sư phạm tương ứng với 14 ngành sư phạm trong đó có 12 ngành SP được phân chia thực tập về các trường THPT:

* Sư phạm Toán học
* Sư phạm Tin học
* Sư phạm Vật lý
* Sư phạm Hoá học
* Sư phạm Sinh học
* Giáo dục thể chất
* Giáo dục chính trị
* Sư phạm Ngữ văn
* Sư phạm Lịch sử
* Sư phạm Địa lý
* Giáo dục quốc phòng an ninh
* Sư phạm tiếng anh

Các trường THPT trên địa bàn tỉnh Nghệ An đón nhận sinh viên trườngĐại học Vinh về kiến tập:

3.2.2. Đánh giá thực trạng

3.3. Phân tích thiết kế hệ thốngđơn giản.

3.4. Xây dựngcơ sở dữ liệu